

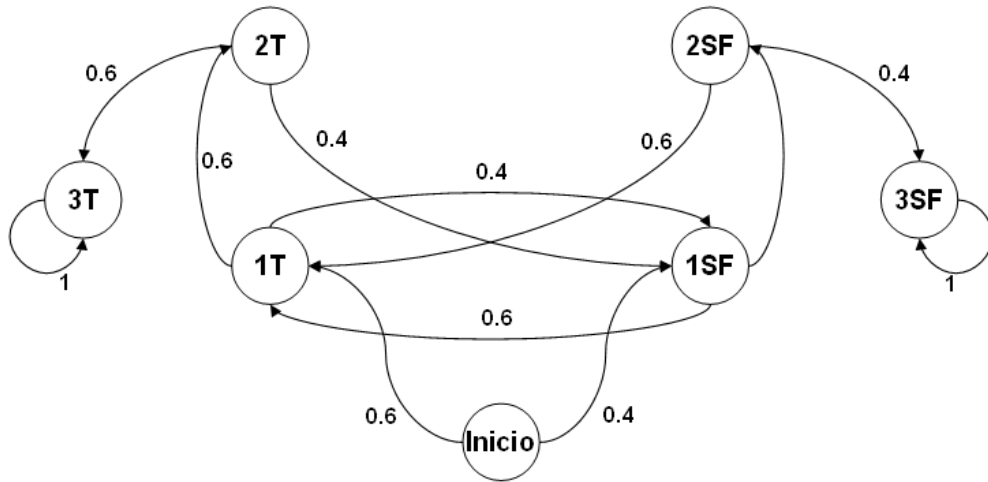


Control 2

15 de Octubre, 2004

Pregunta 1

1. La cadena es la que se muestra continuación.



Vemos que existen dos clases transientes, una de ellas compuesta tan solo por el estado de inicio. Además, existen dos clases recurrentes aperiódicas, cada una asociada con la obtención del campeonato por parte de uno de los dos equipos.

2. Nos piden cual es el numero esperado de visitas a estados transientes de esta cadena, partiendo del estado de inicio. Usando nuestra notación habitual tenemos que:

$$\begin{aligned}
 m_{I,1T} &= m_{1T,1T} \cdot 0,6 + m_{1SF,1T} \cdot 0,4 \\
 m_{I,2T} &= m_{1T,2T} \cdot 0,6 + m_{1SF,2T} \cdot 0,4 \\
 m_{I,1SF} &= m_{1T,1SF} \cdot 0,6 + m_{1SF,1SF} \cdot 0,4 \\
 m_{I,2SF} &= m_{1T,2SF} \cdot 0,6 + m_{1SF,2SF} \cdot 0,4 \\
 m_{1T,1T} &= 1 + m_{2T,1T} \cdot 0,6 + m_{1SF,1T} \cdot 0,4 \\
 m_{1SF,1SF} &= 1 + m_{1T,1SF} \cdot 0,6 + m_{2SF,1SF} \cdot 0,4 \\
 m_{2T,1T} &= m_{1SF,1T} \cdot 0,4 \\
 m_{2T,1SF} &= m_{1SF,1SF} \cdot 0,4 \\
 m_{2SF,1T} &= m_{1T,1T} \cdot 0,6 \\
 m_{2SF,1SF} &= m_{1T,1SF} \cdot 0,6
 \end{aligned}$$

Una vez despejados estos valores, vemos que la respuesta que buscamos es:

$$m_{I,1SF} + m_{I,1T} + m_{I,2SF} + m_{I,2T} + 1$$

Donde el uno adicional se cuenta por el partido final.

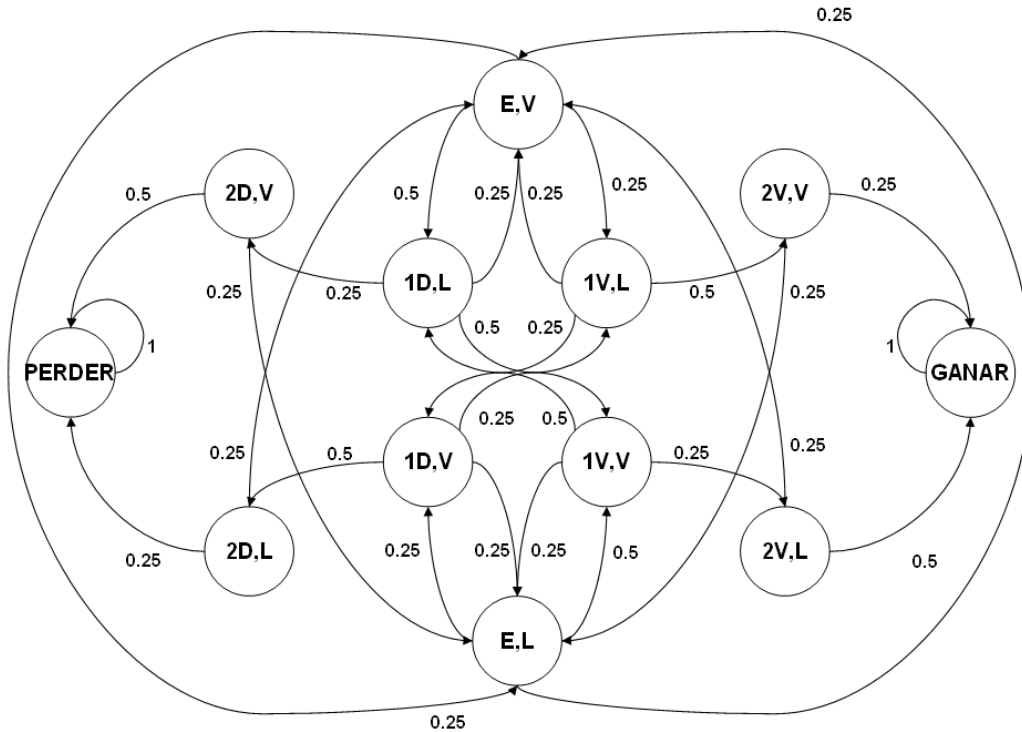
Utilizando el mismo razonamiento vemos que para calcular la probabilidad que Temuco gane debemos resolver el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} f_I &= f_{1T} \cdot 0,6 + f_{1SF} \cdot 0,4 \\ f_{1T} &= f_{2T} \cdot 0,6 + f_{1SF} \cdot 0,4 \\ f_{1SF} &= f_{1T} \cdot 0,6 + f_{2SF} \cdot 0,4 \\ f_{2T} &= 0,6 + f_{1SF} \cdot 0,4 \\ f_{2SF} &= f_{1T} \cdot 0,6 + 0,4 \end{aligned}$$

La respuesta que buscamos es

$$f_I$$

3. La nueva cadena se muestra en la siguiente figura. Notamos que nos aprovechamos de la simetría del problema y solo modelamos el estado de uno de los equipos. La primera coordenada representa el estado de victorias o derrotas consecutivas acumuladas. La segunda representa si el próximo partido se jugará de visita (V) o de local (L).



4. Tal como lo hicimos en la parte 2, podemos calcular el valor de los $m_{i,j}$ condicionando sobre las primeras transiciones. En este caso el sistema es bastante mas grande. Sin embargo nosotros sabemos que la matriz m esta dada por:

$$m = (I - P_{TT})^{-1}$$

De la misma forma podemos proceder para calcular el valor de los f_i . En este caso el sistema sería el siguiente:

$$\begin{aligned} f_{E,V} &= 0,25 \cdot f_{1V,L} + 0,5 \cdot f_{1D,L} + 0,25 \cdot f_{E,L} \\ f_{E,L} &= 0,5 \cdot f_{1V,V} + 0,25 \cdot f_{1D,V} + 0,25 \cdot f_{E,V} \\ f_{1V,L} &= 0,5 \cdot f_{2V,V} + 0,25 \cdot f_{1D,V} + 0,25 \cdot f_{E,V} \\ f_{1V,V} &= 0,25 \cdot f_{2V,L} + 0,5 \cdot f_{1D,L} + 0,25 \cdot f_{E,L} \\ f_{2V,L} &= 0,5 + 0,25 \cdot f_{1D,V} + 0,25 \cdot f_{E,V} \\ f_{2V,V} &= 0,25 + 0,5 \cdot f_{1D,L} + 0,25 \cdot f_{E,L} \\ f_{1D,V} &= 0,25 \cdot f_{1V,L} + 0,5 \cdot f_{2D,L} + 0,25 \cdot f_{E,L} \\ f_{1D,L} &= 0,5 \cdot f_{1V,V} + 0,25 \cdot f_{2D,V} + 0,25 \cdot f_{E,V} \\ f_{2D,V} &= 0,25 \cdot f_{1V,L} + 0,25 \cdot f_{E,L} \\ f_{2D,L} &= 0,5 \cdot f_{1V,V} + 0,25 \cdot f_{E,V} \end{aligned}$$

Ahora debemos plantear una expresión para las ganancias logradas en el caso de partir como visita o partir como local.

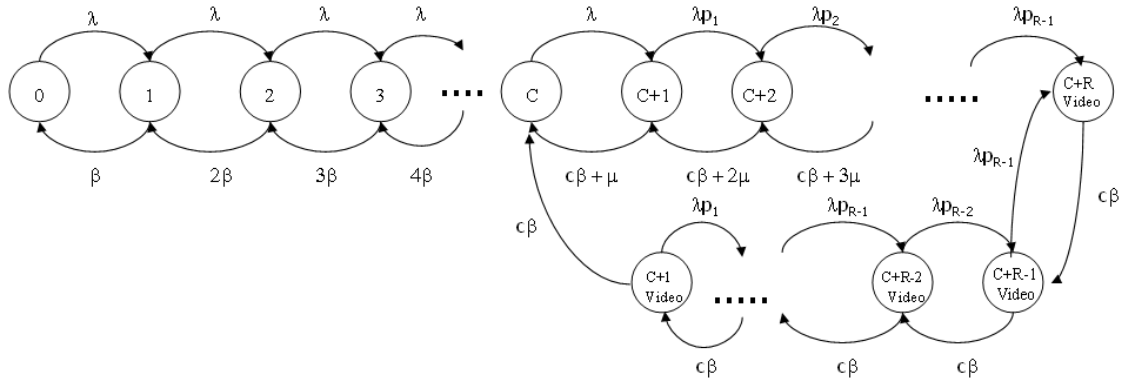
$$\begin{aligned} U_V &= \left[\sum_{i \in I_V} m_{(E,V),i} \right] \cdot X + f_{E,V} \cdot P \\ U_L &= \left[\sum_{i \in I_L} m_{(E,L),i} \right] \cdot X + f_{E,L} \cdot P \end{aligned}$$

Donde I_V son el conjunto de estados transientes cuya segunda componente es V (de esta forma sumo el partido que se jugará después del correspondiente al estado que estoy contabilizando. La gracia es que así incorporo de inmediato el último partido, viendo si es local o visita)

Entonces estoy dispuesto a pagar $U_L - U_V$ por partir de local. Si esta cantidad llegase a ser negativa (intuitivamente no debería pasar) entonces esta cantidad representa cuanto es mínimo que me deben pagar para que yo quiera partir de visita.

Pregunta 2

1. Los estados corresponden a la cantidad de personas en el sistema, incluyendo las personas en atención y en fila. Debe notarse que hay que distinguir los estados en que la pantalla está encendida. La cadena es la siguiente:



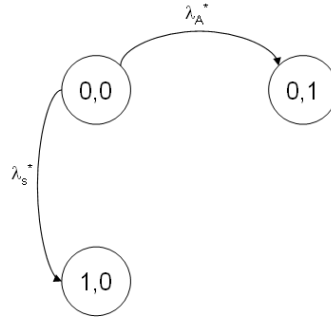
2. Los estados corresponden a pares ordenados, donde la primera componente es la cantidad de hinchas **shilenos** y la segunda los **argentinos**. Antes debemos filtrar los procesos de Poisson entrada al estadio. Los hinchas **shilenos** que efectivamente entrarán al estadio son los que no sean controlados y los que sean controlados y no tengan elementos prohibidos. Si llamamos λ_S^* a la nueva tasa se tiene que:

$$\lambda_S^* = \lambda_S((1 - q) + q(1 - r_S)) = \lambda_S(1 - qr_S)$$

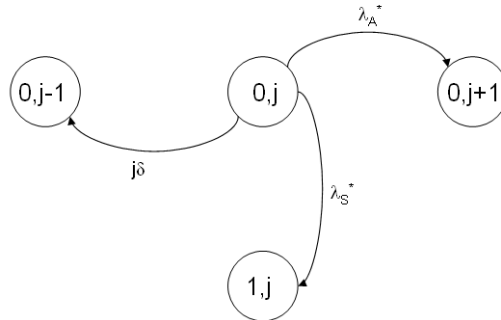
$$\text{Del mismo modo para los } \textbf{argentinos}: \lambda_A^* = \lambda_A((1 - q) + q(1 - r_A)) = \lambda_A(1 - qr_A)$$

Los casos para representar son 7:

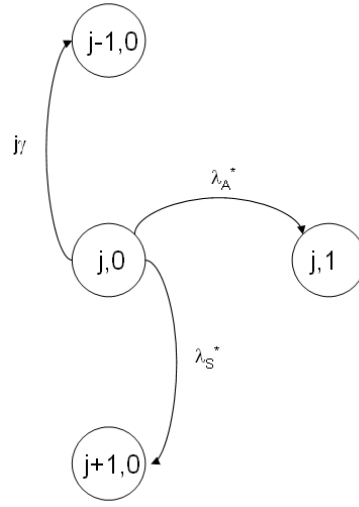
- Caso 1:



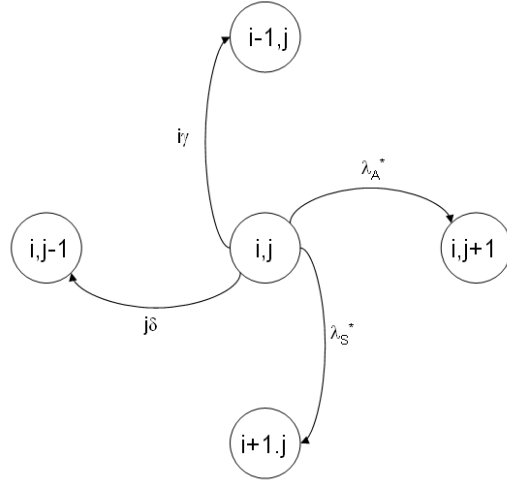
- Caso 2: $j > 0$



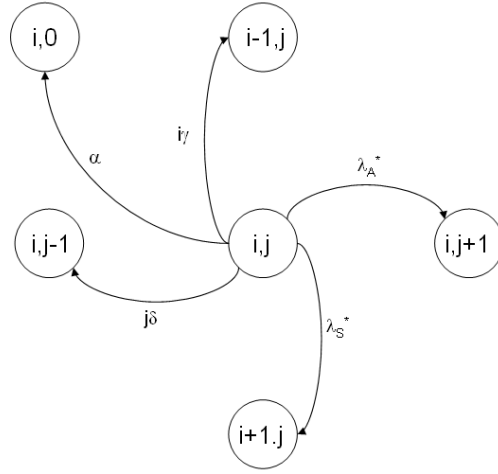
- Caso 3: $j > 0$



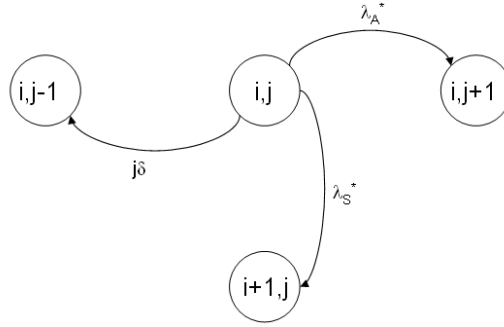
■ Caso 4: $i, j > 0, i \leq j, i \leq K$



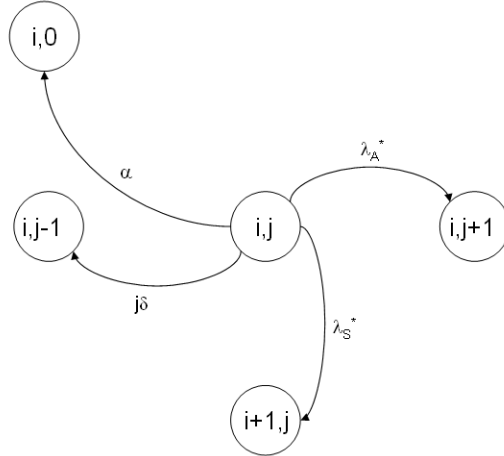
- Caso 5: $i, j > 0, i \leq j, i > K$



- Caso 6: $i, j > 0, i > j, i \leq K$



- Caso 7: $i, j > 0, i > j, i > K$



Denis Sauré
dsaure@dii.uchile.cl

Patricio Hernández
shernand@ing.uchile.cl